التمرين الأول : (3,0 ن)

1,00 ن | 1 | حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2 - 8z + 17 = 0$

2 | نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e_1}, \vec{e_2})$
النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي هما : $a = 4 + i$ و $b = 8 + 3i$.
ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق M' صورة M بالدوران $\mathcal{R}$ الذي مركزه النقطة Ω
التي لحقها هو $1 + 2i$ و زاويته $\frac{3\pi}{2}$.

0,75 ن | 2 | أ | بين أن : $z' = -iz - 1 + 3i$

0,50 ن | 2 | ب | تحقق من أن لحق النقطة C صورة النقطة A بالدوران $\mathcal{R}$ هو $c = -i$

0,75 ن | 2 | ج | بين أن : $(b - c) = 2(a - c)$ ثم استنتج أن النقط A و B و C مستقيمية .

التمرين الثاني : (3,0 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
المستوى $(\mathcal{P})$ الذي معادلته هي : $x + 2y + z - 1 = 0$
و الفلكة $(\mathcal{S})$ التي معادلتها هي : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 2z + 5 = 0$

0,75 ن | 1 | بين أن مركز الفلكة $(\mathcal{S})$ هي النقطة $I(2,3,-1)$ و أن شعاعها يساوي 3 .

0,50 ن | 2 | أ | بين أن مسافة النقطة I عن المستوى $(\mathcal{P})$ هي $\sqrt{6}$.

0,75 ن | 2 | ب | استنتج أن المستوى $(\mathcal{P})$ يقطع الفلكة $(\mathcal{S})$ وفق دائرة (Γ) شعاعها يساوي $\sqrt{3}$.

0,50 ن | 3 | أ | حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من I و العمودي على $(\mathcal{P})$.

0,50 ن | 3 | ب | بين أن مركز الدائرة (Γ) هي النقطة $H(1,1,-2)$.

التمرين الثالث : (3,0 ن)

يحتوي صندوق على أربع كرات بيضاء و ثلاث كرات حمراء (لا يمكن التمييز بينها باللمس) .
نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إحلال ثلاث كرات من الصندوق .

1,00 ن | 1 | ما هو احتمال الحصول على ثلاث كرات بيضاء ؟

1,00 ن | 2 | بين أن احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون هو $\frac{1}{7}$.

1,00 ن | 3 | ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل ؟

www.baclive.blogspot.com

التمرين الرابع : (3,0 ن)

لتكن $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{5u_n}{2u_n+3} \quad ; \quad (\forall n\in\mathbb{N}) \\ u_0 = 2 \end{cases}$

1,00 ن — 1 — بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}) \; ; \; u_n > 1$

2 — نضع : $(\forall n\in\mathbb{N}) \; ; \; v_n = \frac{u_n-1}{u_n}$

1,00 ن — 2 أ — بين أن $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{5}$ ثم أكتب v_n بدلالة n .

1,00 ن — 2 ب — بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N}) \; ; \; u_n = \frac{2}{2-\left(\frac{3}{5}\right)^n}$ ثم أحسب النهاية $\lim\limits_{n\infty} u_n$.

التمرين الخامس : (8,0ن)

I — نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $\boxed{g(x) = e^{2x} - 2x}$

1,00 ن — I 1 — أحسب $g'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم بين أن g تزايدية على $[0;+\infty[$ و تناقصية على $]-\infty;0]$.

0,75 ن — I 2 — استنتج أن $g(x) > 0$ لكل x من $\mathbb{R}$ (لاحظ أن : $g(0) = 1$) .

II — نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $\boxed{f(x) = \ln(e^{2x} - 2x)}$

و ليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0,50 ن — II 1 أ — بين أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

0,25 ن — II 1 ب — تحقق من أن : $(\forall x\in\mathbb{R}^*) \; ; \; \frac{f(x)}{x} = \left(\frac{e^{2x}}{x} - 2\right)\frac{\ln(e^{2x}-2x)}{e^{2x}-2x}$

0,50 ن — II 1 ج — بين أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ (نذكر أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln t}{t} = 0$) .

0,25 ن — II 1 د — استنتج أن المنحنى $(\mathscr{C})$ يقبل بجوار $-\infty$ فرعا شلجميا يتم تحديد اتجاهه .

0,75 ن — II 2 أ — لكل x من $[0;+\infty[$ تحقق من أن : $1 - \frac{2x}{e^{2x}} > 0$ و أن : $2x + \ln\left(1 - \frac{2x}{e^{2x}}\right) = f(x)$

0,50 ن — II 2 ب — استنتج أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ (نذكر أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$) .

0,50 ن — II 2 ج — بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = 2x$ مقارب مائل لـ $(\mathscr{C})$ بجوار $+\infty$.

0,75 ن — II 2 د — بين أن : $f(x) - 2x \leq 0 \; ; \; \forall x \in [0;+\infty[$ و استنتج أن $(\mathscr{C})$ يوجد أسفل (D) على $[0;+\infty[$

0,75 ن — II 3 أ — بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R}) \; ; \; f'(x) = \frac{2(e^{2x}-1)}{g(x)}$

0,50 ن — II 3 ب — أدرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

1,00 ن — II 4 — أنشئ (D) و $(\mathscr{C})$ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (نقبل أن $(\mathscr{C})$ له نقطتي انعطاف)

www.baclive.blogspot.com